Beton-nyomószilárdság értékelésének alulmaradási tényezője

Dr. Kausay Tibor

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építőanyagok és Mérnökgeológia Tanszék

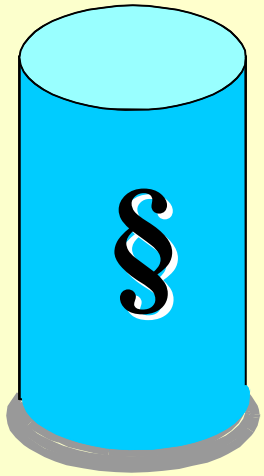
ÉPKO 2010

ERDÉLYI MAGYAR MŰSZAKI TUDOMÁNYOS TÁRSASÁG

XIV. NEMZETKÖZI ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI KONFERENCIA

Csíksomlyó, 2010. június 4 – 5.

Az **MSZ EN 1992-1-1:2010 Eurocode 2** és az **MSZ EN 206-1:2002/A2:2005** szabvány a beton nyomószilárdságának megfelelőségét a 150 mm átmérőjű, 300 mm magas, végig víz alatt tárolt próbahengerek nyomószilárdsága alapján ítéli meg, következésképpen a megfelelőségi feltételek is ezekre a szabványos hengerekre vonatkoznak.



Az **MSZ 4798-1:2004** és például az **DIN 1045-2:2008** szabvány megengedi a 150 mm méretű, vegyesen tárolt próbakockák alkalmazását is, amely lehetőséggel szívesen élünk.

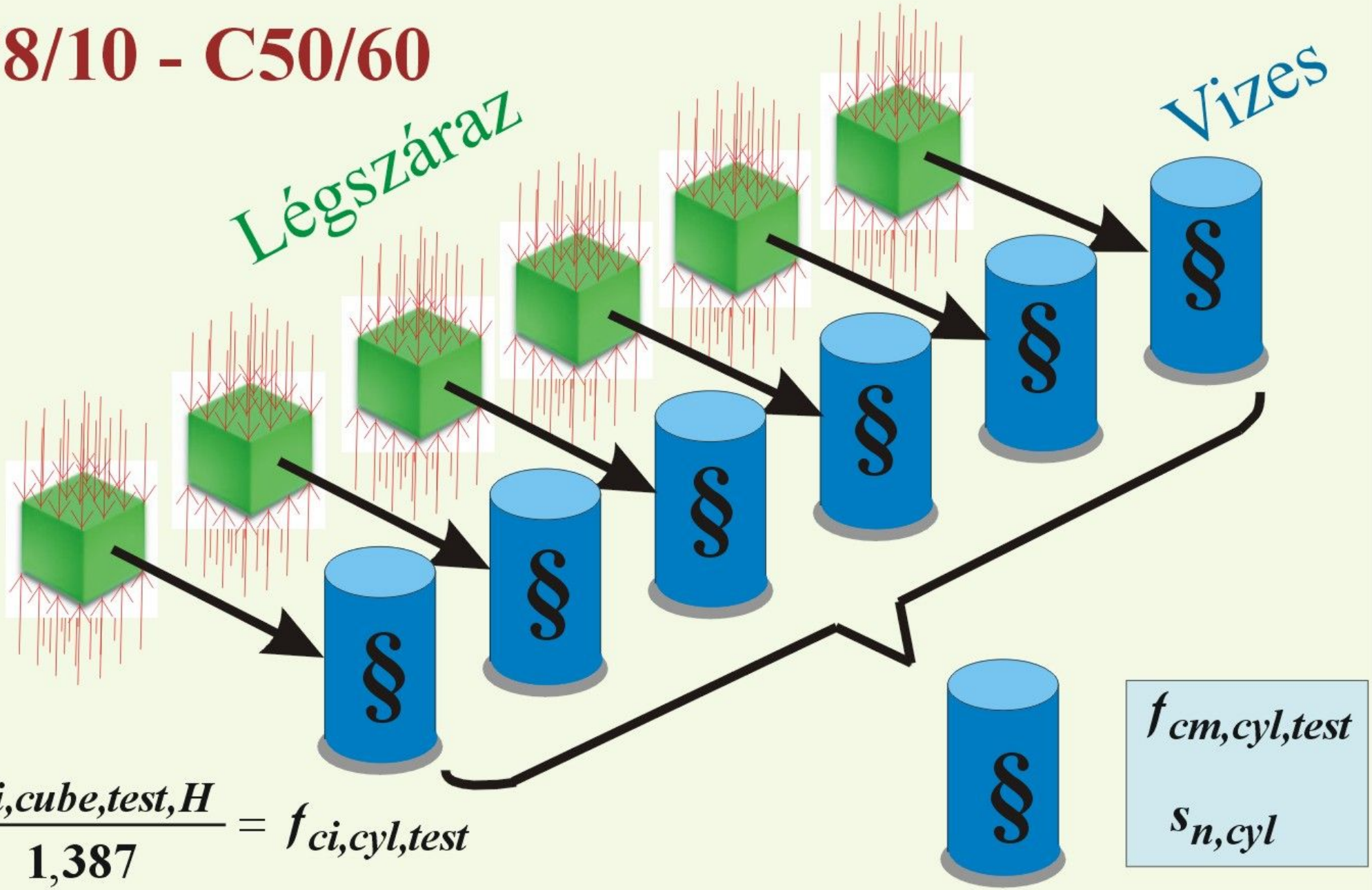
Kockaszilárdság előírt jellemző értéke, N/mm²

MSZ 4798-1:2004

$f_{ck,cube,H} = f_{ck,cube}/0{,}92$

Nyomószilárdsági osztály	*ha a próbakockákat végig víz alatt tárolták* $f_{ck,cube}$	*ha a próbakockákat vegyesen tárolták* $f_{ck,cube,H}$
C8/10	10	*11*
C12/15	15	*16*
C20/25	25	*27*
C25/30	30	*33*
C30/37	37	*40*
C35/45	45	*49*
C40/50	50	*54*
C45/55	55	*60*
C50/60	60	*65*

C8/10 - C50/60



$$\frac{f_{ci,cube,test,H}}{1{,}387} = f_{ci,cyl,test}$$

$f_{cm,cyl,test}$

$s_{n,cyl}$

$$f_{ck,cyl} \leq f_{cm,cyl,test} - \lambda_n \cdot s_{n,cyl} = f_{ck,cyl,test}$$

(Az osztó értéke C55/67 – C100/115 között : 1,261)

A megfelelőségi feltételekben meg kell különböztetni:

- a **kezdeti gyártást** és vizsgálatot

  ($n \geq 35, \rightarrow f_{ck,cyl}$ és σ)

- a **folyamatos gyártást** és vizsgálatot,

  ($n \geq 15, \rightarrow f_{ck,cyl}$ és s_n)

ezek eredménye alapján a **gyártó** megfelelőségi nyilatkozatot tesz,

- valamint az **azonosító vizsgálatot (átadás-átvétel)**,

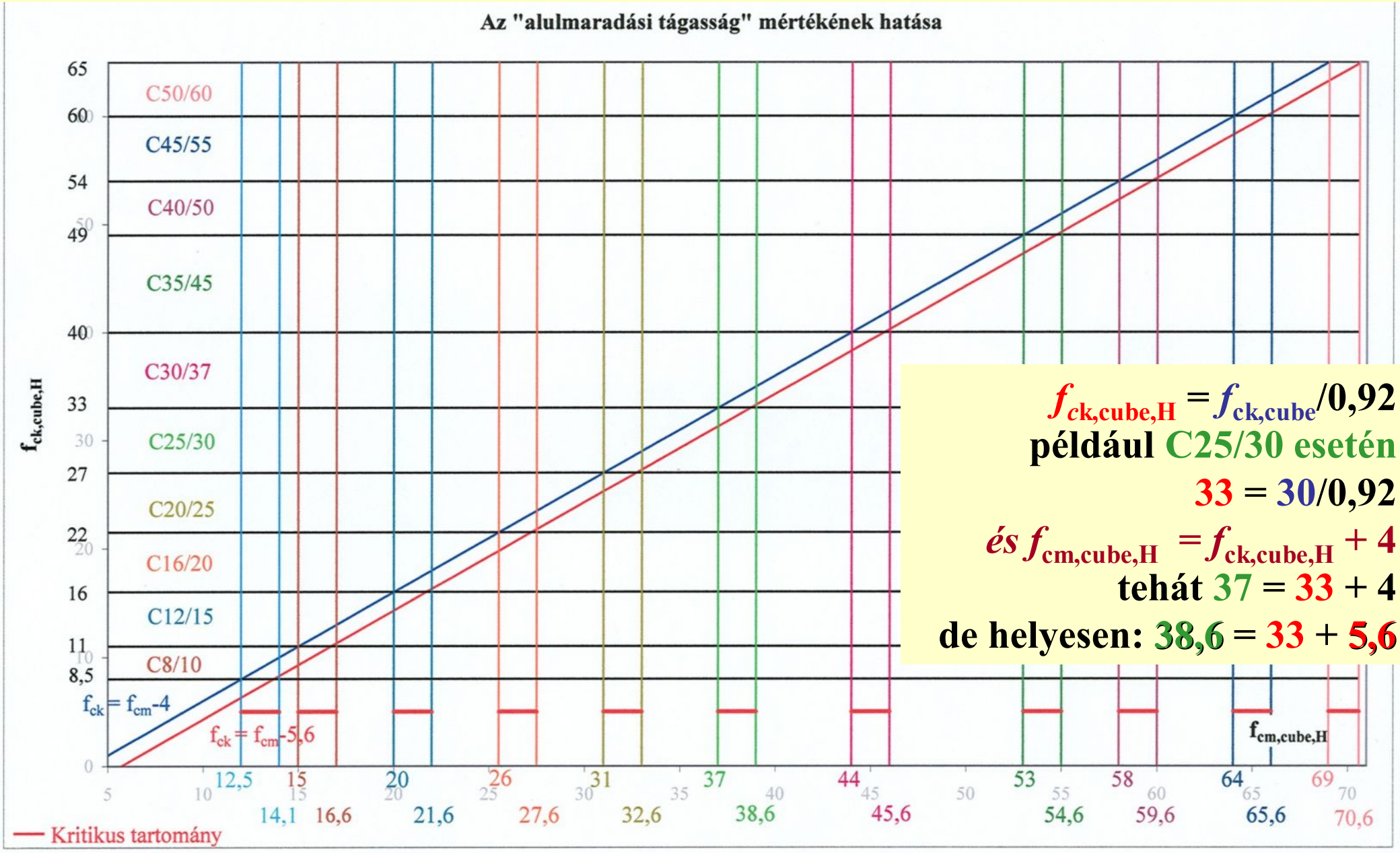
ennek során a **megrendelő** vagy valamely **független laboratórium** azt vizsgálja, hogy a szóban forgó beton a gyártó által megadott nyomószilárdsági osztálynak megfelel-e.

A kezdeti gyártás a legalább 35 *(egymás utáni, kihagyás nélküli)* vizsgálati eredmény meghatározásáig tartó termelési időszak.

Nyomószilárdság megfelelőségi feltétele az MSZ EN 206-1:2002 szabvány szerint		
	1. feltétel	**2. feltétel**
Gyártás	**„n” eredmény átlaga ($f_{cm,test}$) N/mm²**	**Bármely egyedi vizsgálati eredmény (f_{ci}) N/mm²**
	≤ C50/60 nyomószilárdsági osztály esetén	
Kezdeti	$f_{cm,test} \geq f_{cm} = f_{ck} + 4$	$f_{ci} \geq f_{ck} - 4$

Az „alulmaradási tágasság” konvencióját eltorzítjuk, ha az EN 206-1 szabványban szereplő $\Delta = 4$ értéket alkalmazzuk a vegyesen tárolt próbakockákra, mert azokra az „alulmaradási tágasság” helyes értéke: $\Delta = 4 \cdot 1{,}387 \sim 4 \cdot 1{,}4 = 5{,}6$

Ugyanerre a megállapításra jutunk nem csak az „alulmaradási tágasság” bármely konstans értéke (pl. 6, 8, 12 stb.), hanem a $\Delta = \lambda \cdot \sigma$ vagy $\Delta = t \cdot \sigma$, ill. $\Delta = \lambda \cdot s$ vagy $\Delta = t \cdot s$ szorzat esetén is (folyamatos gyártás)



$f_{ck,cube,H} = f_{ck,cube}/0{,}92$

például C25/30 esetén

$33 = 30/0{,}92$

és $f_{cm,cube,H} = f_{ck,cube,H} + 4$

tehát $37 = 33 + 4$

de helyesen: $38{,}6 = 33 + 5{,}6$

A folyamatos gyártás akkor kezdődik, amikor legalább 35 vizsgálati eredményt meghatároztak, 12 hónapnál nem hosszabb idő alatt.

Nyomószilárdság megfelelőségi feltétele az MSZ EN 206-1:2002 szabvány szerint		
	1. feltétel	2. feltétel
Gyártás	„n” eredmény átlaga ($f_{cm,test}$) N/mm²	Bármely egyedi vizsgálati eredmény (f_{ci}) N/mm²
	≤ C50/60 nyomószilárdsági osztály esetén	
Folya-matos	$f_{cm,test} \geq f_{cm} = f_{ck} + 1{,}48 \cdot \sigma$ *ahol* $\sigma_{min,cube} = 3$ N/mm²	$f_{ci} \geq f_{ck} - 4$

A gyártó a folyamatos gyártás eredményét, az MSZ EN 206-1:2002/A2:2005 és az MSZ 4798-1:2004 szabvány szerint az

$$f_{ck,cyl,test} = f_{cm,cyl,test} - \lambda . s_{n,cyl}$$ **formulával értékeli,**

ahol $\lambda = \lambda_{15,\ Taerwe} = 1{,}48$.

Ez a formula feltételezi, hogy

1. **a nem megfelelő friss betont nem építjük be, vagy utólag megerősítjük;**
2. **ha a gyártó „kritikusan jó” betont készít, akkor azt a feltételrendszer 0,7 körüli valószínűséggel megfelelőnek minősíti.**

E feltételezéssel szembeni észrevétel:

1. **a friss beton sorsát nem lehet nyomon követni, és a hibás betont későbbiekben nem lehet kicserélni vagy megerősíteni;**
2. **szerkezeteink biztonsága szempontjából (különösen, ha tervezett használati élettartamuk 100 év) több mint méltányolható lenne az olyan módszer alkalmazása, amelyben az átadó és az átvevő kockázata nem 30-70 %, hanem 50-50 %.**

Ezért véleményünk szerint az azonosító vizsgálat eredményének értékelése során
a *Student*-féle eljárás alapján kell eljárni:

$$f_{ck,cyl,test} = f_{cm,cyl,test} - \lambda_{n,Student} \cdot s_{n,cyl}$$

2005. augusztus

MAGYAR SZABVÁNY MSZ EN 1990

Eurocode: A tartószerkezetek tervezésének alapjai

1.5.2.8.

tervezési élettartam (design working life)

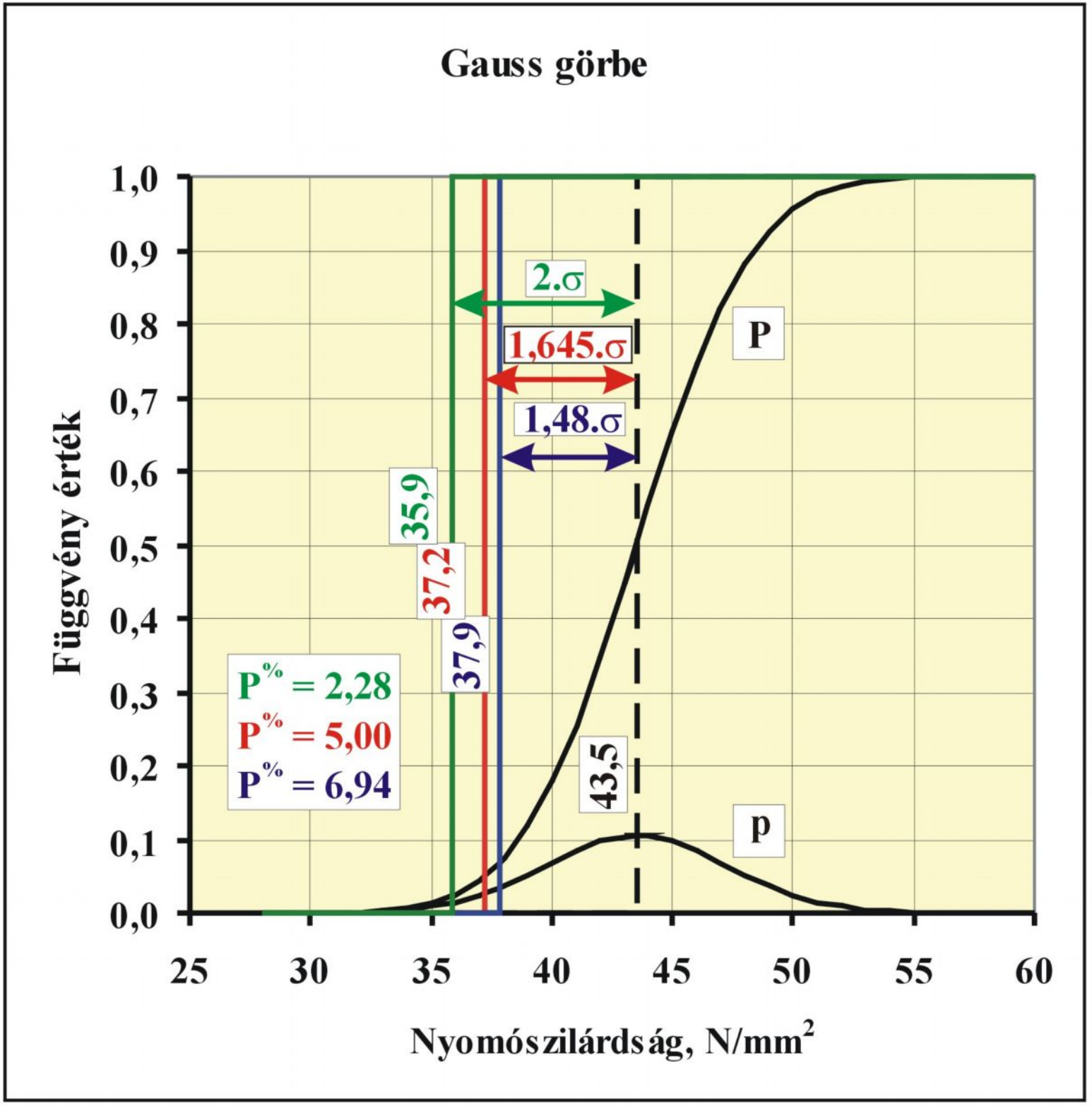
Az a feltételezett időtartam, melynek során a tartószerkezet vagy annak egy része az előirányzott fenntartás mellett, de jelentős javítási munkák nélkül, a tervezett rendeltetésének megfelelően használható.

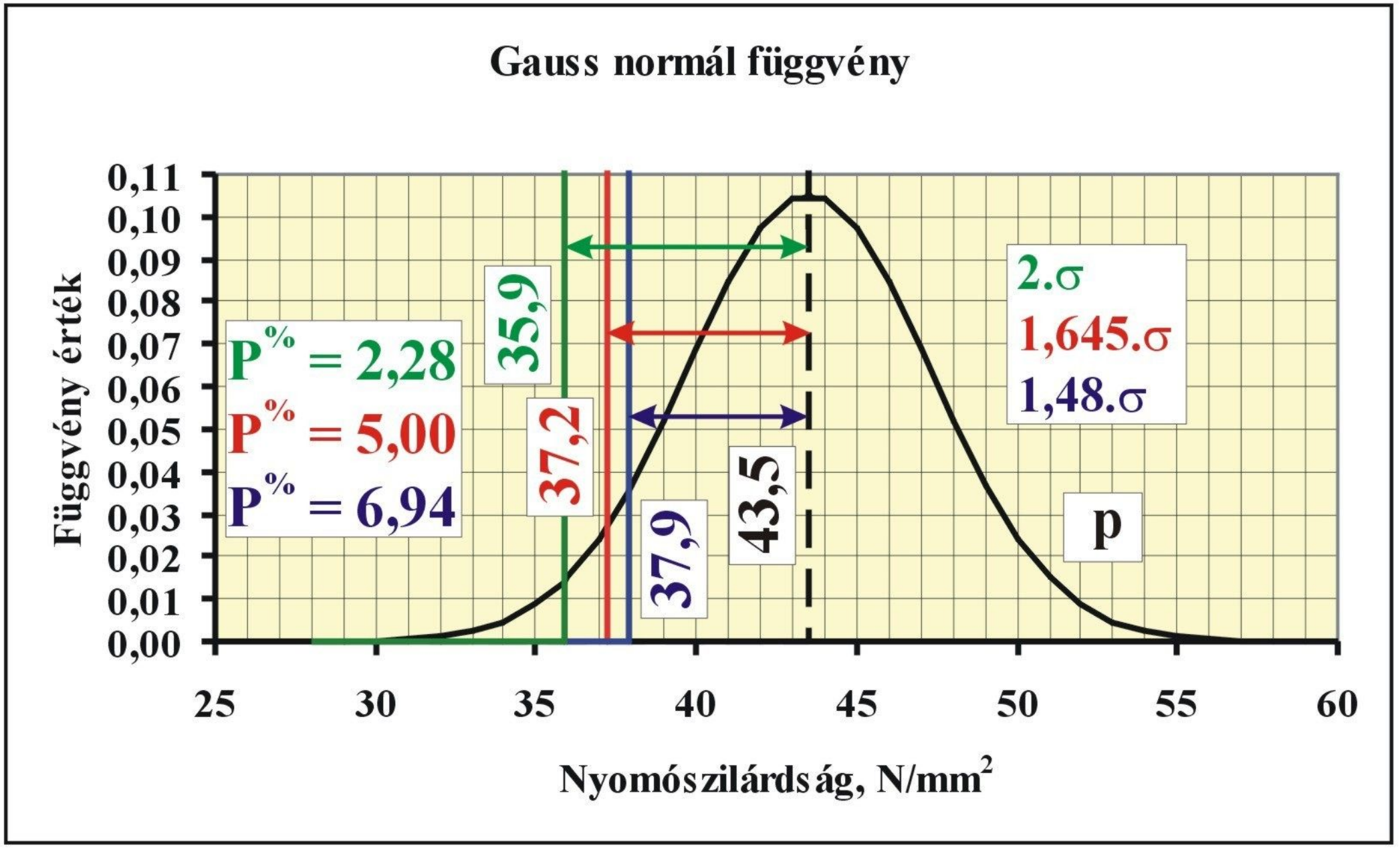
2.1. táblázat: Tervezési élettartamok

Osztály	Előírt tervezési élettartam (év)	Példák
1.	10	Ideiglenes tartószerkezetek (1)
2.	10–25	Cserélhető tartószerkezeti részek, például darupályatartók, saruk
3.	15–30	Mezőgazdasági és hasonló tartószerkezetek
4.	50	Épületek tartószerkezetei és egyéb szokásos tartószerkezetek
5.	100	Monumentális épületek tartószerkezetei, hidak és más építőmérnöki szerkezetek

(1) Az olyan tartószerkezeteket vagy azok részeit, melyek újrafelhasználás céljából szétszerelhetők, nem kell ideiglenes szerkezetnek tekinteni.

Mintaszám n	*Student*-tényező t_n	*Taerwe*-tényező λ_n
3	2,920	2,67
6	2,015	1,87
9	1,860	1,67
15	1,761	*1,48*
∞	*1,645*	


Gauss görbe
Függvény érték
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
25
30
35
40
45
50
55
60
Nyomószilárdság, N/mm²
2.σ
1,645.σ
1,48.σ
35,9
37,2
37,9
43,5
P
p
P% = 2,28
P% = 5,00
P% = 6,94

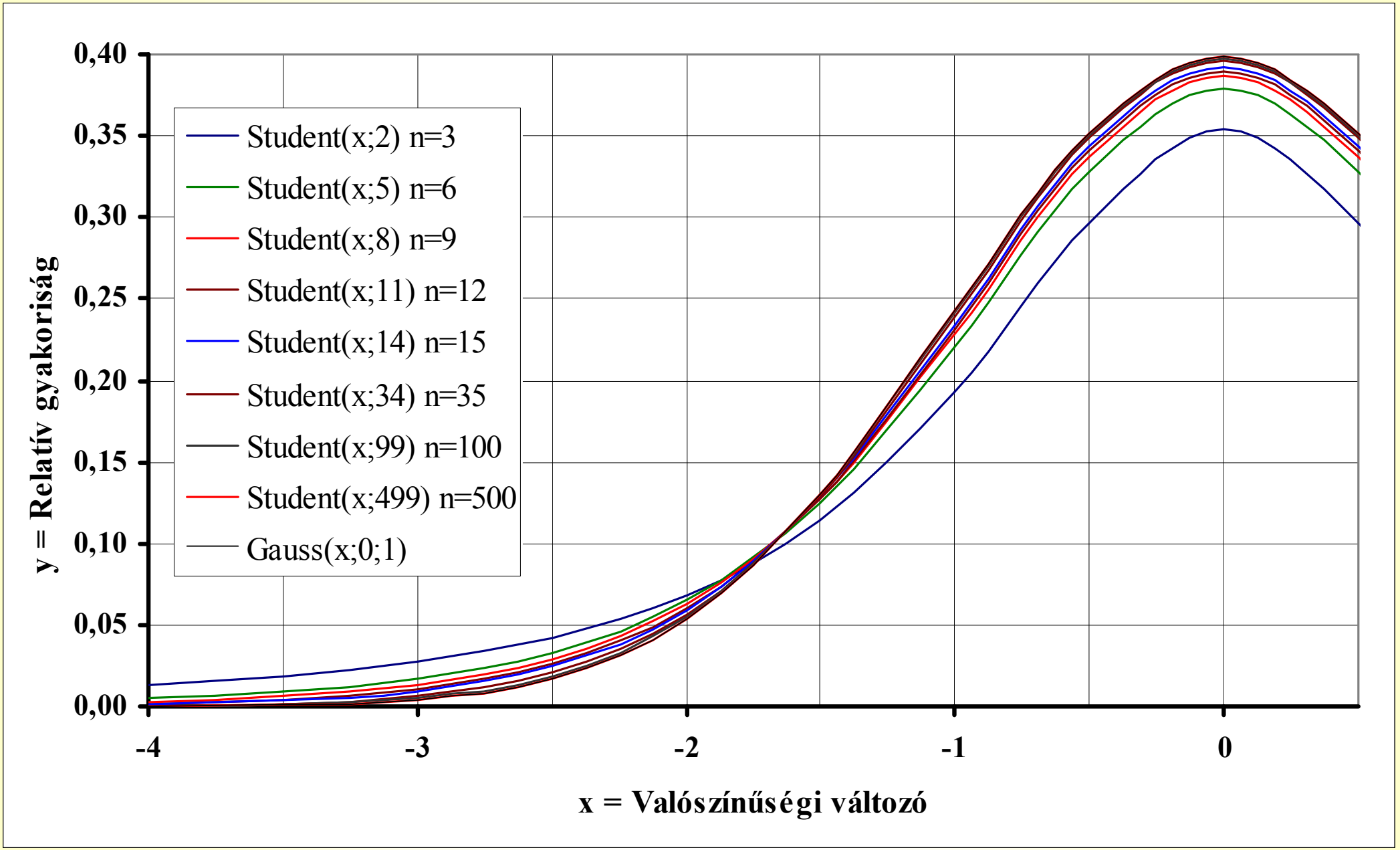

Gauss normál függvény
Függvény érték
0,11
0,10
0,09
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0,00
25
30
35
40
45
50
55
60
Nyomószilárdság, N/mm2
P% = 2,28
P% = 5,00
P% = 6,94
35,9
37,2
37,9
43,5
2.σ
1,645.σ
1,48.σ
p

A beton nyomószilárdsági osztályokba sorolásának alapja az a követelmény, hogy amennyiben a beton beépítésre kerülő teljes mennyiségét meg tudnánk vizsgálni nyomószilárdság szempontjából (és ezáltal ismernénk a nyomószilárdság eloszlását), az így kapott eredmények 95%-ának el kell érnie az előre meghatározott, előírt f_{ck} szilárdsági küszöböt.

Ha feltételezzük, hogy a vizsgálati eredmények egy általunk nem ismert μ várható értékű és σ szórású *Gauss*-féle normális eloszlást követnek, akkor az eloszlás 5%-os kvantilise az $f_{ck,test} = \mu - 1{,}645 \cdot \sigma$ formulával számolható.

Ha méréseink korlátozott száma miatt nem ismerjük az eloszlás szórását, akkor a valószínűségi változó ún. n - 1 szabadságfokú *Student*-féle *t*-eloszlást követi, és az 5%-os kvantilis értéke a t-eloszlás táblázatból vett értékének segítségével becsülhető.

Ha a minták *n* száma növekszik, akkor a *Student*-féle *t*-eloszlás a *Gauss*-féle normális eloszláshoz, az $f_{cm,test}$ tapasztalati átlag a μ elméleti várható értékhez, az *s* tapasztalati szórás a σ elméleti szóráshoz tart.


0,40
0,35
0,30
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0,00
y = Relatív gyakoriság
Student(x;2) n=3
Student(x;5) n=6
Student(x;8) n=9
Student(x;11) n=12
Student(x;14) n=15
Student(x;34) n=35
Student(x;99) n=100
Student(x;499) n=500
Gauss(x;0;1)
-4
-3
-2
-1
0
x = Valószínűségi változó

A korábbi MSZ 4720-2:1980 szabványban szereplő *Student*-féle tényezőket elemi matematikai statisztikai tények magyarázzák: ha a gyártó éppen „kritikusan jó” betont gyárt (azaz $p = 5\%$), akkor a beton körülbelül 50% valószínűséggel kerül elfogadásra. Ha bevezetjük az adott p jellemző értékű beton elfogadási valószínűségét, $A(p)$-t, — amely azt mondja meg, hogy a p alulmaradási hányadú betont milyen valószínűséggel fogjuk elfogadni, — akkor ez azt jelenti, hogy $A(0{,}05) \approx 0{,}5$. Ez olyan minőségbiztosítási rendszer, amely $p = 0{,}05$ jellemző érték esetén a

$$p \cdot A(p) \leq 0{,}05 \cdot 0{,}5 = 0{,}025 \rightarrow 2{,}5\%$$

feltételt teljesíti.

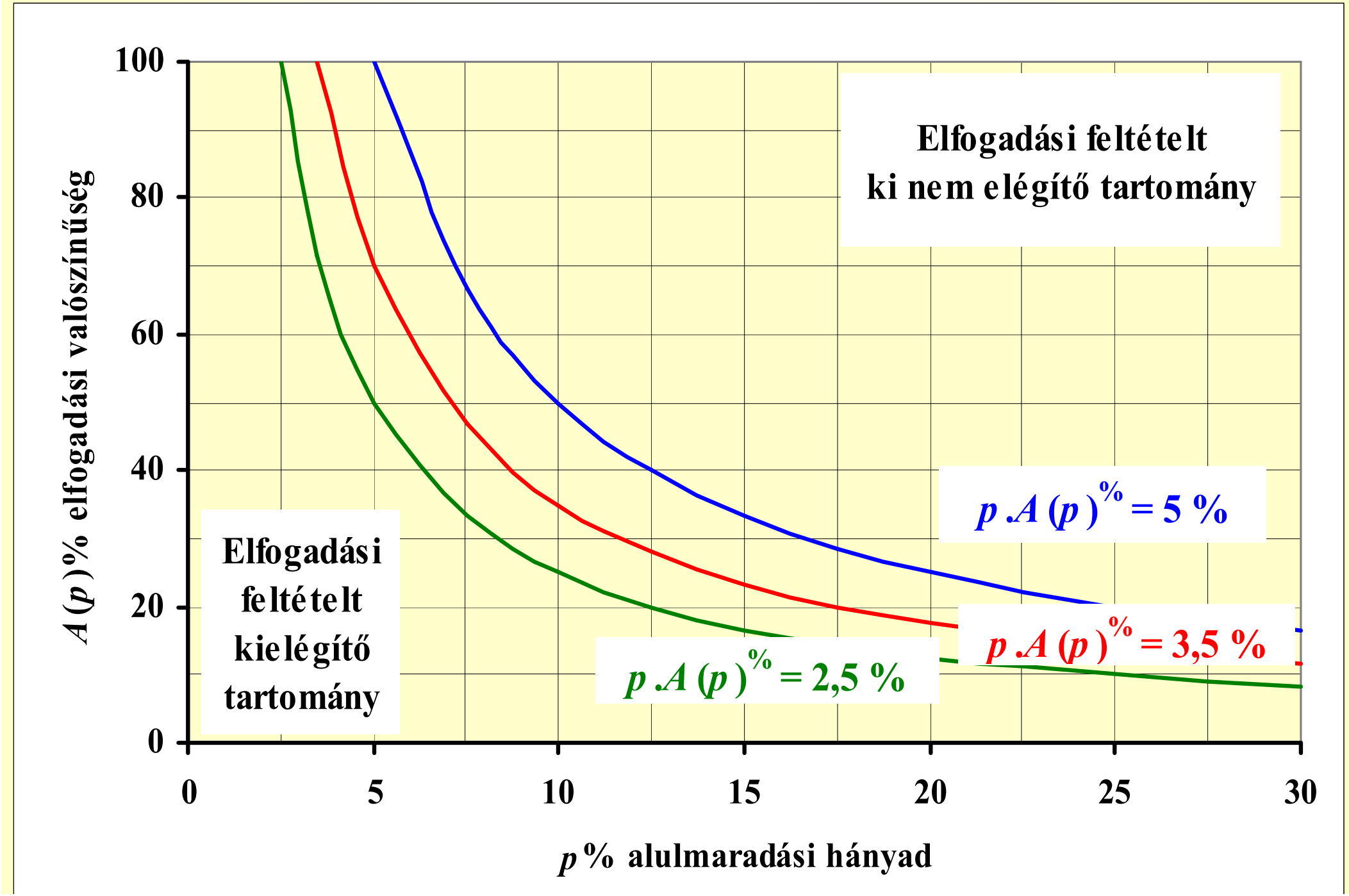
A beton gyártója számára olyan minőségbiztosítási rendszer lenne a legkedvezőbb, amelyben ha a gyártó éppen „kritikusan jó” betont gyárt (azaz $p = 5\%$), akkor a beton 100% valószínűséggel ($A(p) \leq 1$) kerülne elfogadásra.

Az ilyen minőségbiztosítási rendszer $p = 0{,}05$ jellemző érték esetén a $p \cdot A(p) \leq 5\%$ feltételt teljesíti. E feltétel szerint:

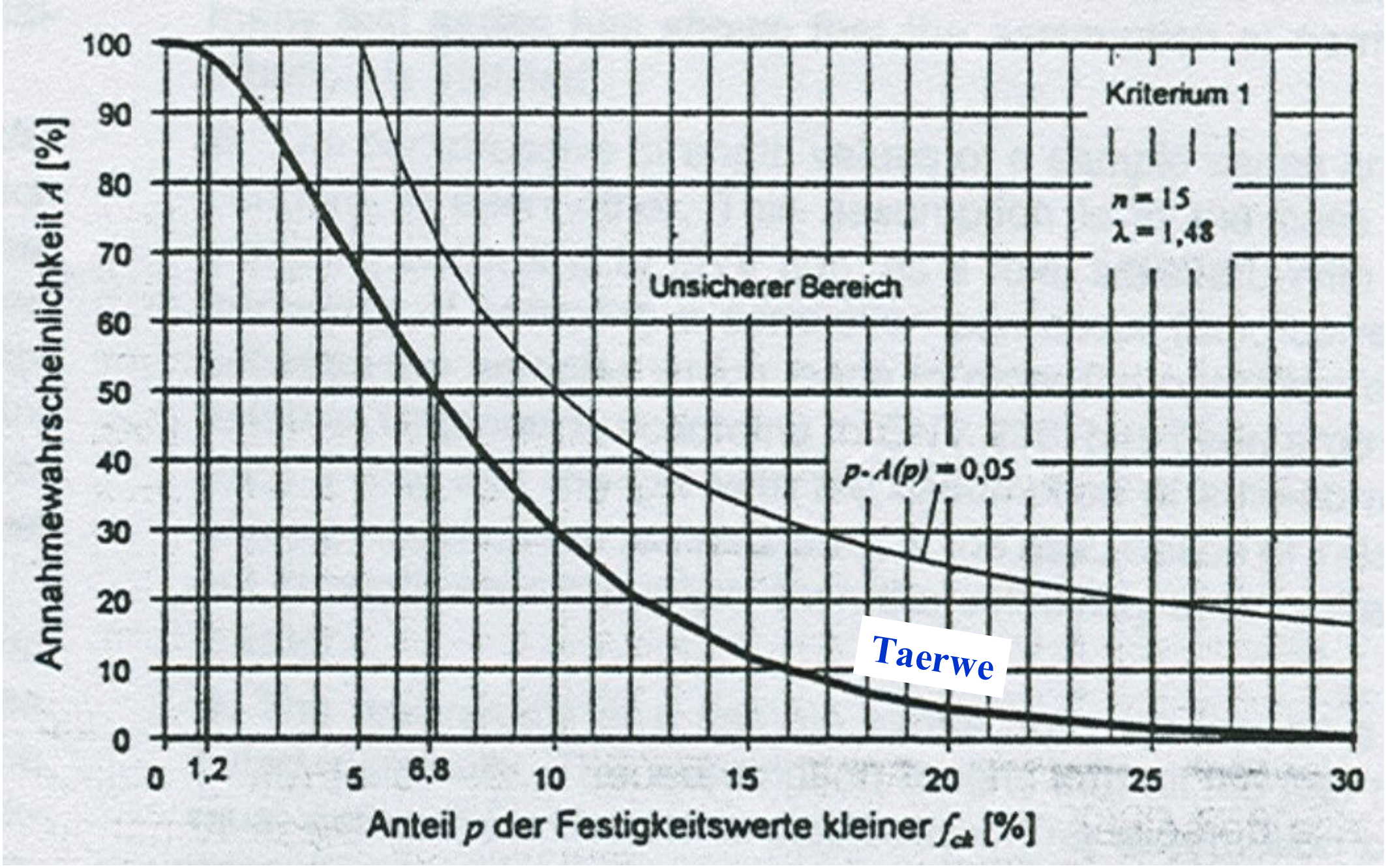
ha $p = 0{,}05$, akkor $A(p) \leq 1$

Az MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004 szabvány olyan minőségbiztosítási rendszert képvisel, amelyben ha a gyártó „kritikusan jó” betont készít, akkor azt a feltételrendszer $\lambda_{n=15} = 1{,}48$ alulmaradási tényező mellett $A(0{,}05) \approx 0{,}7$ körüli valószínűséggel fogja megfelelőnek minősíteni.

Ez lényegesen kisebb, mint a $p \cdot A(p) \leq 5\%$ alapfeltétel által megkövetelt 1,0 ($A(0{,}05) = 1{,}0$), de lényegesen több, mint az MSZ 4720-2:1980 által biztosított $A(0{,}05) = 0{,}5$.



Elfogadási görbék (reciprok függvény: $A_{(p)}{}^{\%} = 100 \cdot (p \cdot A_{(p)})^{\%}/p$), mint ún. OC-görbék (működési jelleggörbe, Operating Characteristic Curve)



A $p \cdot A_{(p)} = 0{,}05$ elfogadási feltétel és a *Taerwe*-féle féle elfogadási feltétel OC-görbéjének összehasonlítása. Forrás: *Zäschke, W.*: Konformitätskriterien für die Druckfestigkeit von Beton. Betonwerk + Fertigteil-Technik. 1994. Heft. 9. pp. 94-100.

A CEB-FIP az 1978-ban kiadott, betonszerkezetekre vonatkozó modell-kódban megadta az OC-görbék határvonalait (transzformált koordinátarendszerben egyenesek). Az alsó határvonal alatti terület a gazdaságtalan (túl biztonságos) megoldások tartománya, a felső határvonal feletti terület a nem biztonságos megoldások tartománya.
Forrás: International System of Unified Standard Codes of Practice for Structures, Vol. II, CEB-FIP Model Code for Concrete Structures, CEB-FIP, 1978.

L. Taerwe **a CEB-FIP határvonalait (transzformált koordinátarendszerben egyenesek) a transzformált koordinátarendszerben is görbe vonalakkal helyettesítette és elfogadási feltételeinek OC-görbéit (transzformált koordinátarendszerben közel egyenesek) érintőlegesen a felső határgörbéhez illesztette.**

Forrás: *Taerwe, L.*: A General Basis for the Selection of Compliance Criteria (A megfelelőségi feltételek kiválasztásának általános alapja). IABSE Proceedings P-102/86. IABSE Periodica 3/1986 August.

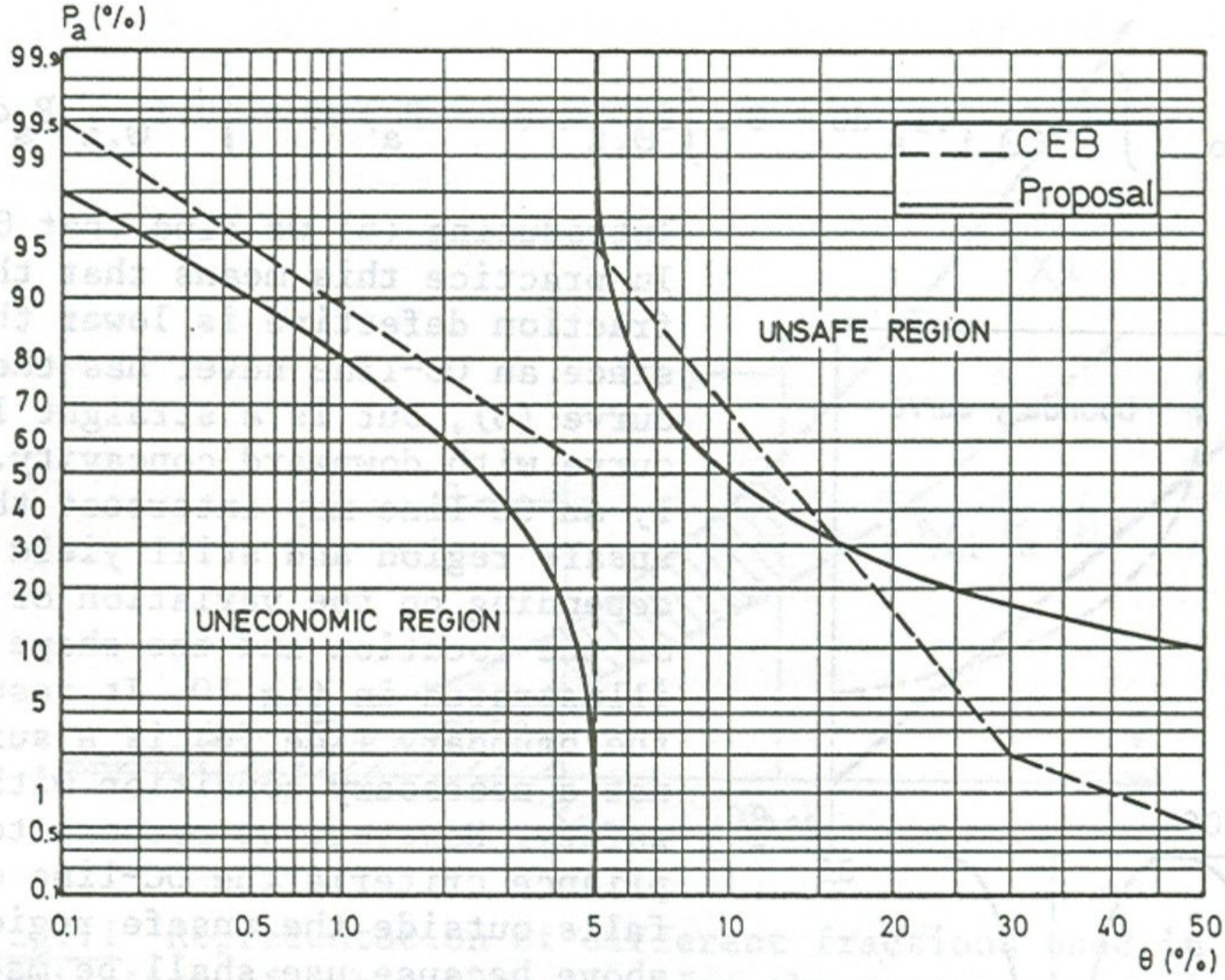
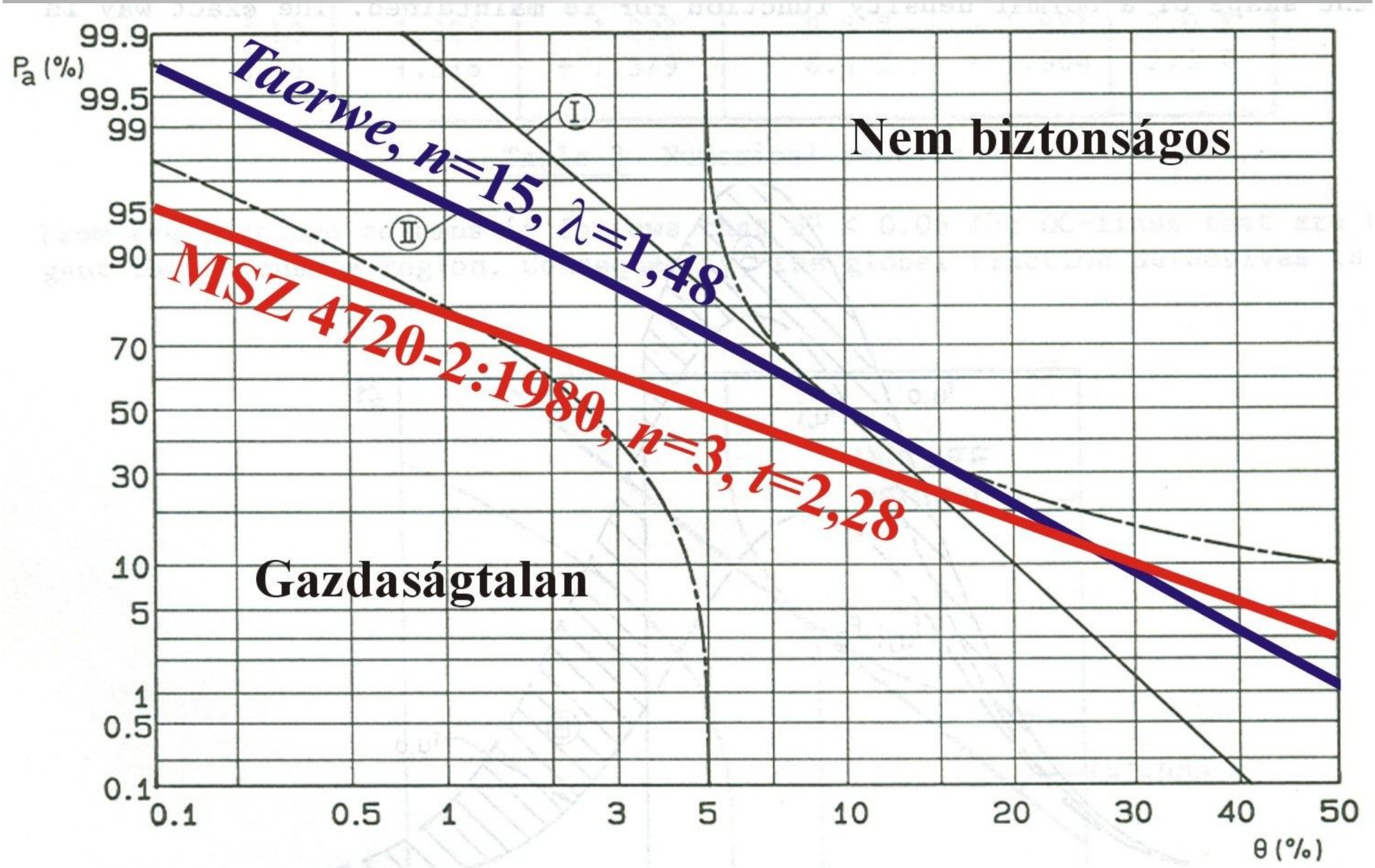


Fig.8 Comparison of proposed boundaries and those given in [1]



OC-görbék

(Működési jelleggörbe, Operating Characteristic Curve, Annahmekennlime)

Összehasonlítva tehát a régi MSZ 4720-2:1980, illetve MSZ 4719:1982 és az új MSZ EN 206-1:2002, illetve MSZ 4798-1:2004 szabványokat, a korábbi szabványok a beépített beton nyomószilárdságát egy szúrópróbaszerűen is alkalmazható megfelelőségi feltétellel kívánták, az új szabványok pedig egy folyamatos nyomon követést és utólagos javítást feltételező minőségbiztosítási rendszer részeként alkalmazható megfelelőségi feltétellel kívánják biztosítani.

Az MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004 szabványnak az a komoly hiányossága, hogy a szabványokba csak megfelelőségi feltétel került be, a folyamatos nyomon követés és utólagos javítás kötelezettsége nélkül, ami annyiban érthető, hogy az végrehajthatatlan lenne.

Mind a korábbi szabványban szereplő alulmaradási tényező, mind a $\lambda_{n=15} = 1{,}48$-os érték statisztikailag korrekt, de — és ez a különbség igazi oka — teljességgel eltérő körülmények között.

Az MSZ 4798-1:2004 szabvány szerint a megengedett legkisebb számításba vehető szórás értéke

≤ C50/60 nyomószilárdsági osztály esetén $s_{min} = 3{,}0$ N/mm^2,

≥ C55/67 nyomószilárdsági osztály (nagyszilárdságú közönséges beton) esetén pedig $s_{min} = 5{,}0$ N/mm^2.

Ezek az értékek a 150 mm élhosszúságú, vegyesen tárolt próbakockák nyomószilárdságának szórására vonatkoznak.

Ha a 150 mm élhosszúságú, vegyesen tárolt próbakockákon mért egyes nyomószilárdsági eredményeket ($f_{ci,cube,H}$) a 150 mm átmérőjű, 300 mm magas, végig víz alatt tárolt próbahengerek egyes nyomószilárdságára ($f_{ci,cyl}$) átszámítjuk, és a beton nyomószilárdságának tapasztalati jellemző értékét ($f_{ck,cyl,test}$) ezekből a próbahengerekre vonatkozó egyes nyomószilárdsági értékekből ($f_{ci,cyl}$) számítjuk ki,

akkor a megengedett legkisebb számításba vehető szórás értéke

≤ C50/60 nyomószilárdsági osztály esetén

$s_{min,cyl} = 3,0/1,387 \sim 3,0/1,4 = 2,14$ N/mm^2,

≥ C55/67 nyomószilárdsági osztály (nagyszilárdságú közönséges beton) esetén

$s_{min,cyl} = 5,0/1,261 \sim 5,0/1,3 = 3,85$ N/mm^2.

Számpélda a nyomószilárdság vizsgálati eredmények korrekt értékelésére

Minta jele	Próba-kocka $f_{ci,cube,test,H}$	Próba-henger $f_{ci,cyl,test}$	*2. feltétel* $f_{ci,cyl,test} \geq f_{ck,cyl} - 4$
1.	48,7	34,8	34,8 > 21,0
2.	47,7	34,1	34,1 > 21,0
3.	44,5	31,8	31,8 > 21,0
4.	46,6	33,3	33,3 > 21,0
5.	45,8	32,7	32,7 > 21,0
6.	47,6	34,0	34,0 > 21,0
7.	43,1	30,8	30,8 > 21,0
8.	43,8	31,3	31,3 > 21,0
9.	46,2	33,0	33,0 > 21,0

$f_{cm,cyl,test} =$	32,9	átlag
$s_9 =$	1,35	szórás
$s_{min} = s_{n,cube,H}/1{,}4 = 3/1{,}4 =$	2,14	szórás legalább
$t_9 =$	1,86	*Student*-tényező

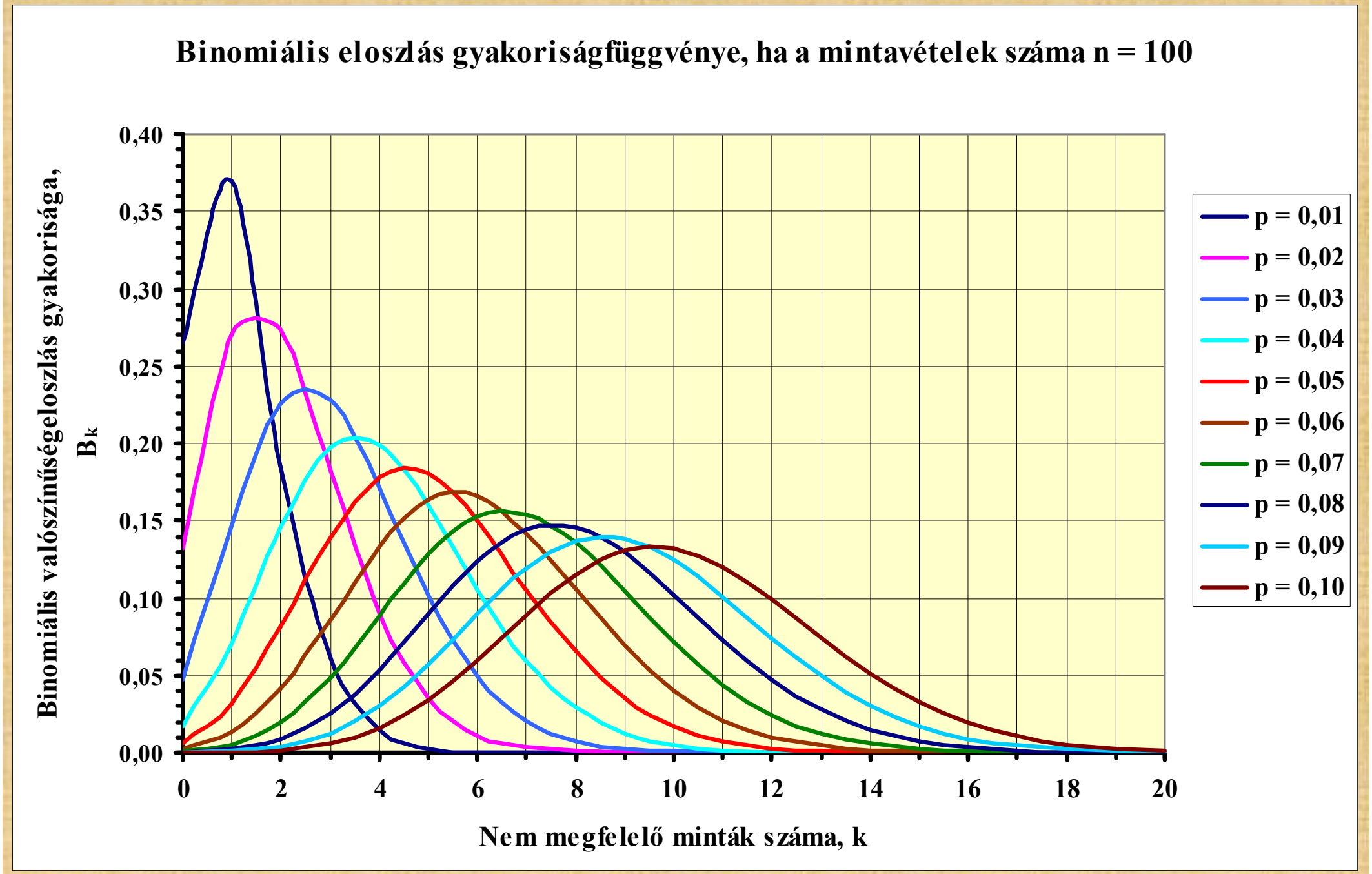
$$f_{ck,cyl,test} = f_{cm,cyl,test} - t_9 \cdot s_{min} = 32{,}9 - 4{,}0 = 28{,}9$$

1. feltétel

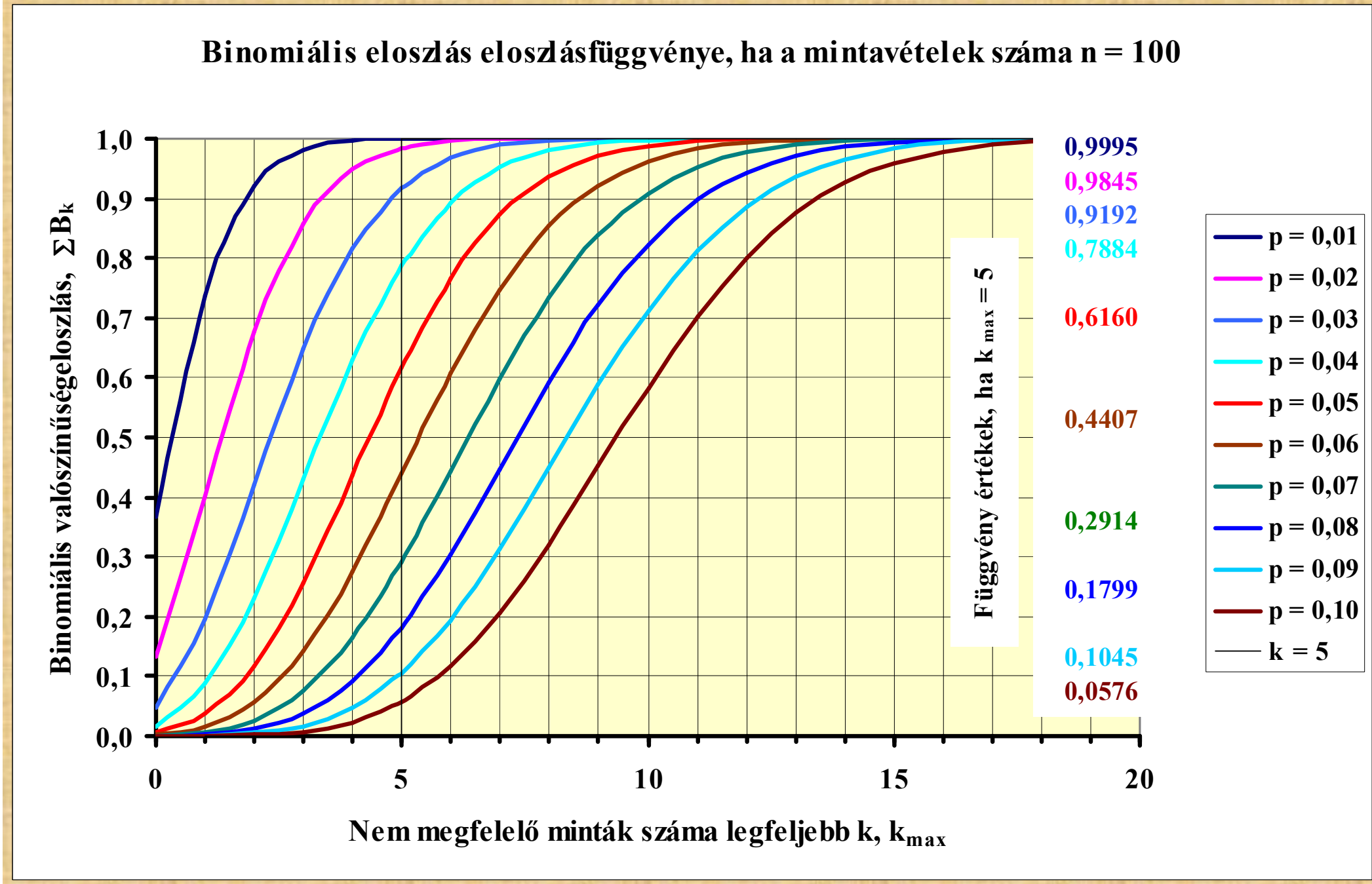
$$f_{ck,cyl,test} = 28{,}9 > 25{,}0 = f_{ck,cyl}$$

Nyomószilárdsági osztály:	Mértékegység: N/mm^2
C25/30	

Példa az OC-görbe (Működési jelleggörbe, Operating Characteristic Curve, Annahmekennlinie, OC-kurve, OC-Funktion) szerkesztésére



Mi a valószínűsége annak, hogy valamely p hibaarányú tételből $n = 100$ elemű mintát véve a 100 minta közül legfeljebb $k = 5$ elem a hibás?

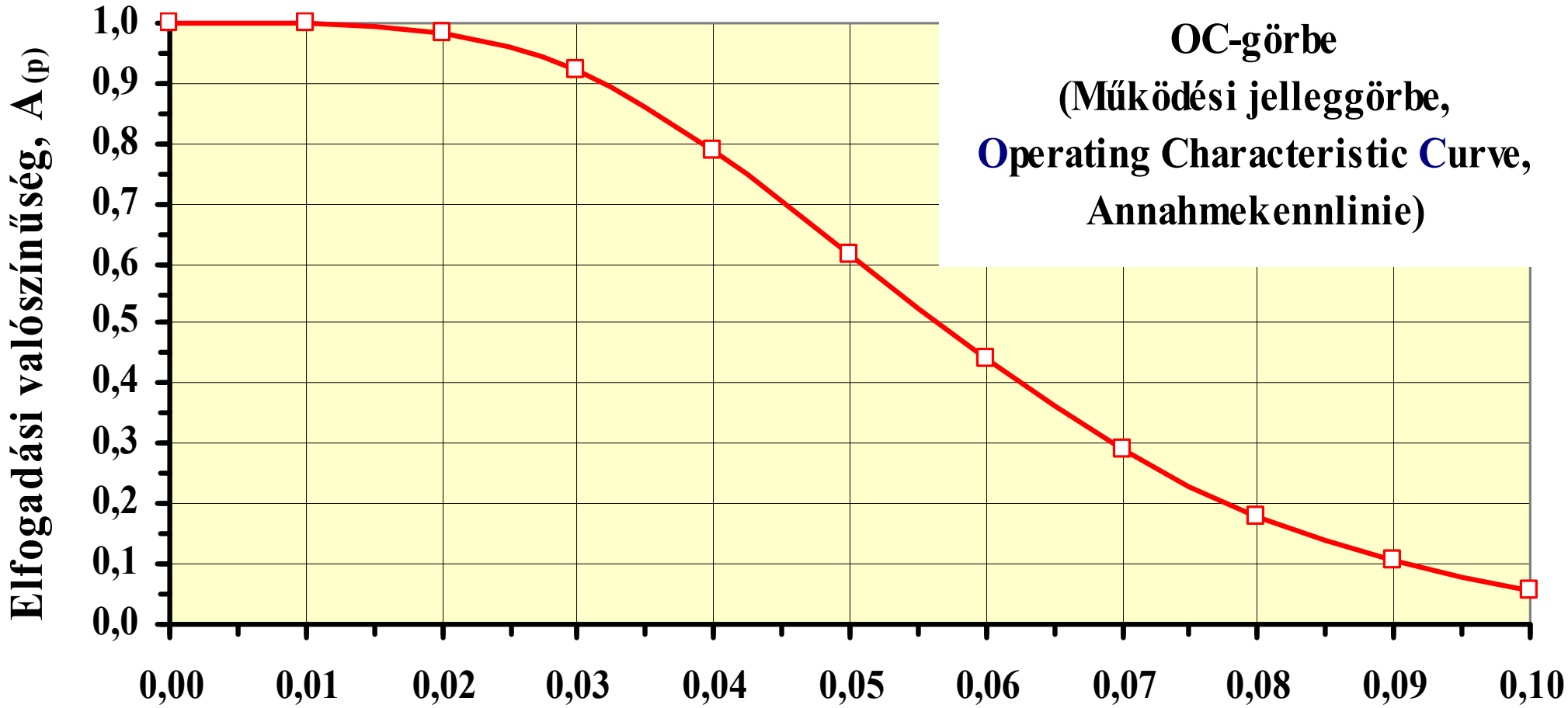

Binomiális eloszlás eloszlásfüggvénye, ha a mintavételek száma n = 100
Binomiális valószínűségeloszlás, ΣBk
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
0
5
10
15
20
Nem megfelelő minták száma legfeljebb k, kmax
Függvény értékek, ha k max = 5
0,9995
0,9845
0,9192
0,7884
0,6160
0,4407
0,2914
0,1799
0,1045
0,0576
p = 0,01
p = 0,02
p = 0,03
p = 0,04
p = 0,05
p = 0,06
p = 0,07
p = 0,08
p = 0,09
p = 0,10
k = 5

Mi a valószínűsége annak, hogy valamely *p* hibaarányú tételből *n* = 100 elemű mintát véve a 100 minta közül legfeljebb *k* = 5 elem a hibás?

Megkapjuk a választ, ha a ΣB_k binomiális valószínűségeloszlást ($A_{(p)}$ elfogadási valószínűséget) a *p* hibahányad függvényében ábrázoljuk.

Ezt a függvényt nevezzük OC-görbének.

Elfogadási valószínűségi görbe, ha n = 100
és a megengedett nem megfelelő minták száma k = 5,
binomiális eloszlás feltételezésével



OC-görbe
(Működési jelleggörbe,
Operating Characteristic Curve,
Annahmekennlinie)

Köszönöm szíves figyelmüket…

2009/6/14 9:48